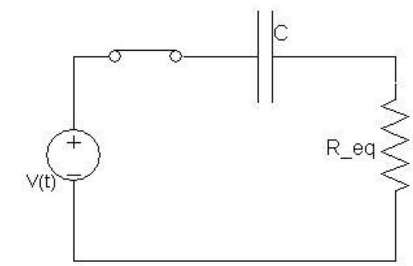
31/10/2004

<u>מבוא למערכות ומעגלים חשמליים : פתרון תרגיל בית מספר 3</u>

1. נמצא קודם את הנגד השקול במעגל ע"י חיבור שני הנגדים במקביל:

$R_{eq} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, ונשרטט את המעגל מחדש :



נעשה KVL : $V(t) = V_C + V_R$, נציב את הביטוים עבור הזרם: $V(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau + iR_{eq}$

נגזור את שני האגפים ונחלק בהתנגדות: $\frac{dV(t)}{R_{eq}dt} = \frac{1}{R_{eq}C} i(t) + \frac{di(t)}{dt}$.

כעת נחשב את ת"ה עבור הזרם: לפי KCL $i = i_{R1} + i_{R2}$ הנגדים מחוברים במקביל ולכן -

$V_{R1} = V_{R2} = V_0$ ומכאן נקבל : $i(0) = \frac{V_0}{R_1} + \frac{V_0}{R_2} = \frac{V_0(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = \frac{V_0}{R_{eq}}$.

2. כצעד ראשון נמיר את מקור המתח והנגד המחובר אליו בטור במקור זרם עם אותו הנגד מחובר במקביל (הצגת תבנין להצגת נורטון) . מקור הזרם החדש הוא: $i(t) = \frac{V(t)}{R_1}$.

כעת נחבר את כל שלושת הנגדים המחוברים במקביל לנגד אחד:

$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{tot} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_2 R_1}$. אפשר גם לחבר את שני הסלילים

לסליל שקול אחד ע"י חיבור במקביל : $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Rightarrow L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$. הצעד האחרון הוא

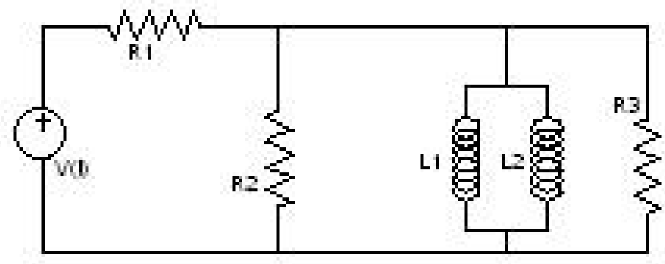
להמיר בחזרה את מקור הזרם למקור מתח עם הנגד השקול שחישבנו מחובר אליו בטור:

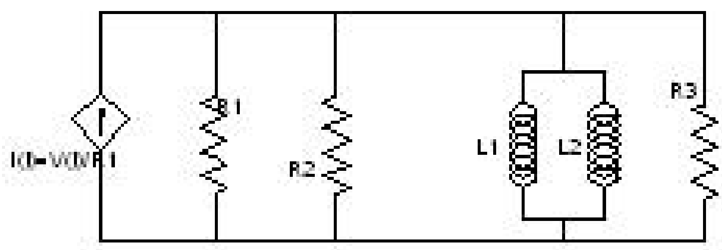
$\tilde{V} = iR_{tot} = \frac{R_{tot}}{R_1} V(t)$. נכתוב את המשוואה הדיפרנציאלית עבור המעגל הפשוט שקיבלנו:

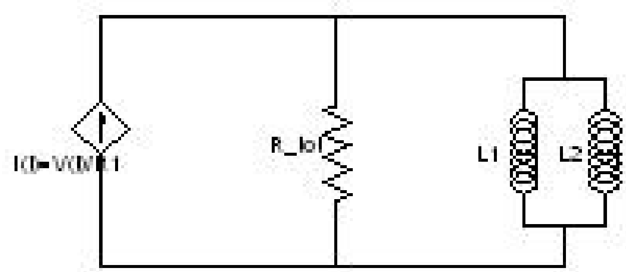
KCL $\tilde{V} = V_R + V_L = iR_{tot} + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{R_{tot}}{R_1 L} V(t) = \frac{di(t)}{dt} + \frac{R_{tot}}{L} i(t)$.

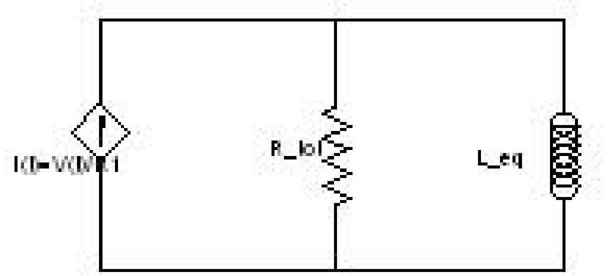
תנאי התחלה: 2 הסלילים מחוברים במקביל ולכן ,בגלל שהם אלמנטים ליניאריים, היחס בין הזרם שעובר דרך שניהם לבין הזרם על L_1 הוא: $i_{L1} = i_0 = i\frac{L_2}{L_1 + L_2}$ ולכן -

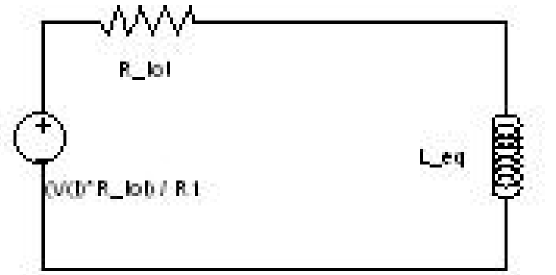
$i(t=0) = \frac{L_1 + L_2}{L_2} \cdot i_0$.


R1
V(t)
R2
L1
L2
R3


I(t)=V(t)/R1
R1
R2
L1
L2
R3


I(t)=V(t)/R1
R_tot
L1
L2


I(t)=V(t)/R1
R_tot
L_eq


R_tot
(V(t)*R_tot) / R1
L_eq

3. נכתוב קודם KCL: $i(t)=i_R+i_L+i_C$ ונציב את הקשרים עבור המתח :

$i(t)=\frac{V}{R}+C\frac{dv}{dt}+\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}V(\tau)d\tau$ נגזור את שני האגפים ונחלק ב C :

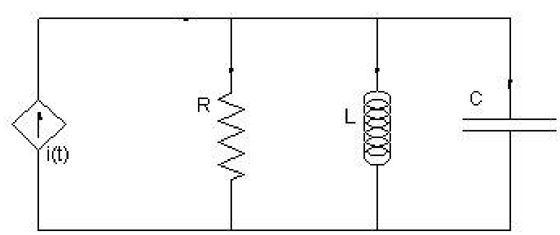
$$\frac{1}{C}\frac{di}{dt}=\frac{1}{RC}\frac{dv}{dt}+\frac{d^2V}{dt^2}+\frac{1}{LC}V \Rightarrow \frac{10000}{C}\cos(10^4 t)=V''+\frac{1}{RC}V'+\frac{1}{LC}V$$

התנאי הראשון קובע את תדר התהודה וממנו מתקבל : $\omega_0 \cong 10000 \Rightarrow \frac{1}{LC}=\omega_0^2=10^8$

נקבע ש Q=100 , ולכן נקבל: $2\alpha=\frac{\omega_0}{Q}=10^6 \Rightarrow RC=\frac{1}{2\alpha}=10^{-6}\ \&\ LC=\frac{1}{\omega_0^2}=10^{-8}$

נבחר 3 ערכים של הרכיבים במעגל שמקיימים את 2 המשוואות הללו הם (יש דרגת חופש אחת בבחירת הפתרון!) $L=1H, R=100\Omega, C=10nF(10^{-8})$, ולבסוף נכתוב את המשוואה המלאה:

$$10^{12}\cos(10000t)=V''(t)+10^6V'(t)+10^8V(t)$$

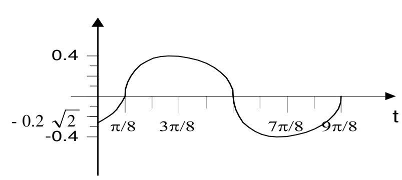


4.

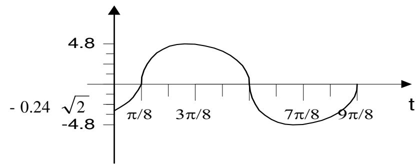
$$V_R=iR=12i(t); v_L=L\frac{di}{dt}=2\frac{di}{dt}; V_C=\frac{1}{C}\int i(t)dt=20\int_0^t i(t')dt'$$

א.

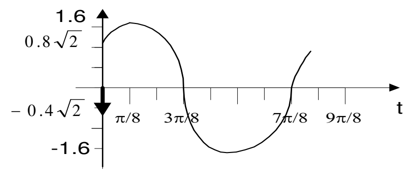
$$i(t)=0.4\sin(2t-\frac{\pi}{4})u(t)$$



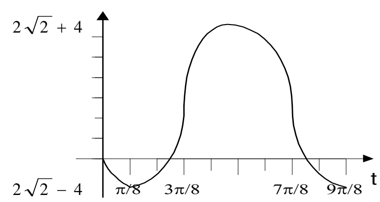
$$V_R=4.8\sin(2t-\frac{\pi}{4})u(t)$$



$$V_L = 0.8\sin(-\frac{\pi}{4})\delta(t) + 1.6\cos(2t - \frac{\pi}{4})u(t)$$

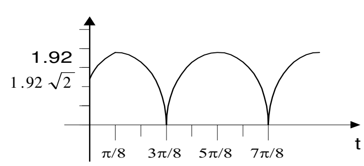


$$V_c = 4[\cos(\frac{\pi}{4}) - \cos(2t - \frac{\pi}{4})]u(t)$$



ב.

$$P = iV_R = 1.92\sin^2(2t - \frac{\pi}{4})u(t)$$



$$P_L = iV_L = 0.32\sin^2(0 - \frac{\pi}{4})\delta(t) - 0.64\sin(2t - \frac{\pi}{4})\cos(2t - \frac{\pi}{4})u(t) =$$

$$= 0.16\delta(t) + 0.32\sin(4t - \frac{\pi}{2})u(t) = 0.16\delta(t) + 0.32\cos(4t)u(t)$$