

04/04/2005

מבוא למערכות ומעגלים חשמליים : פתרון תרגיל בית מספר 1

1. א. במעגל יש 2 צמתים ולכן : $N - 1 = 1$

$$KCL : i_1 = i_2 + i_3$$

מספר הענפים הוא $b=3$ ולכן : $b - N + 1 = 2$

$$KVL : I \quad 10 - i_1 R_1 - i_2 R_4 + 8 - 15 - i_2 R_3 = 0$$

$$II \quad i_2 R_3 + 15 - 8 + i_2 R_4 - i_3 R_2 + 5 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

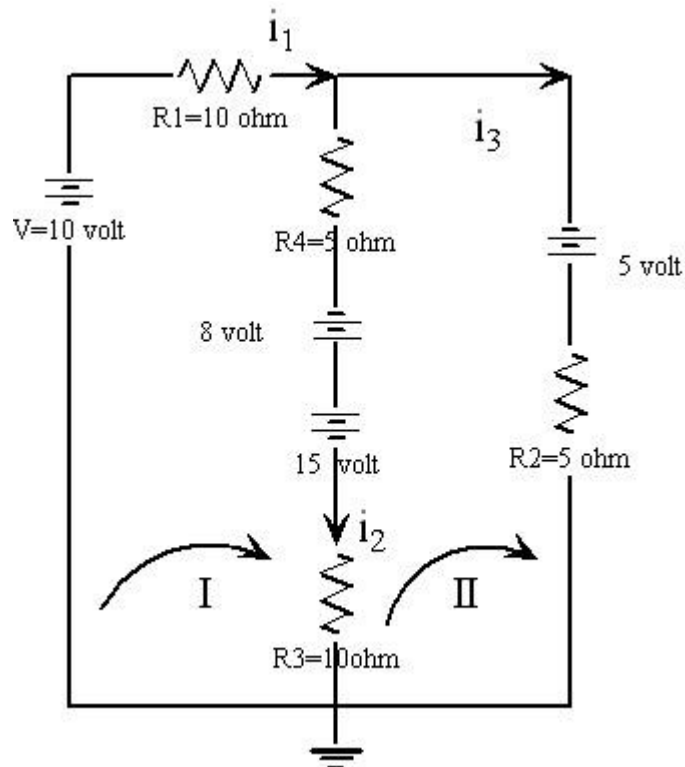
$$-10i_1 - 15i_2 = -3 \quad \text{המשוואות המתקבלות:}$$

$$15i_2 - 5i_3 = -12$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -10 & -15 & 0 \\ 0 & 15 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -12 \end{bmatrix} \quad \text{ובצורת מטריצות:}$$

הפתרון המתקבל הוא : $i_1 = 0.8727$ $i_2 = -0.3818$ $i_3 = 1.2545$ (הערה: כל הזרמים הם באמפר)

הזרם הראשון חיובי ולכן המקור מספק הספק, הזרם השני שלילי ולכן הוא יוצא מהמקור השקול של 7 וולט – וגם הוא נותן הספק, הזרם השלישי חיובי ויוצא מן המקור ולכן גם המקור השלישי נותן הספק למעגל.



2. א. במעגל יש 4 צמתים לא טריוויאליים כי שלושת הצמתים התחתונים מקוצרים ולכן:
 $N - 1 = 3$, ישנם 4 ענפים שהזרם עליהם לא קבוע מראש , ולכן :
 $b - N + 1 = 1$ המשוואות המתקבלות הם:

$$KCL: \quad 4 = i_1 + i_2$$

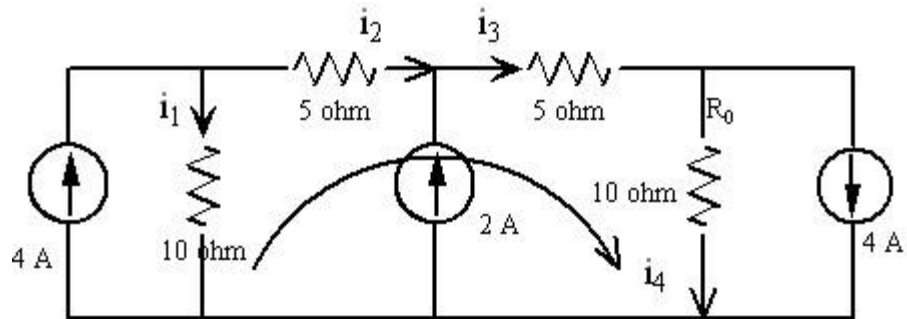
$$i_3 = i_4 + 4$$

$$i_2 + 2 - i_3 = 0$$

$$KVL \quad 10i_1 - 5i_2 - 5i_3 - R_0 i_4 = 0$$

$$\begin{cases} i_1 = 2.33 \\ i_2 = 1.66 \\ i_3 = 3.66 \\ i_4 = -0.33 \end{cases} \quad \text{הפתרון המתקבל הוא :} \quad \text{ובצורת מטריצות:} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & -1 & +1 & 0 \\ 10 & -5 & -5 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ב. עם $R_0 = 10M\Omega$ אז אפשר להניח בקירוב טוב שהענף שלו הוא נתק ולכן $i_4 = 0$ כל הזרם מהמקור השמאלי יזרום ל i_3 ולכן הוא שווה בקירוב ל 4 אמפר, $i_2 = i_3 - 2 = 2$, ולבסוף : $i_1 = 4 - i_2 = 2$.



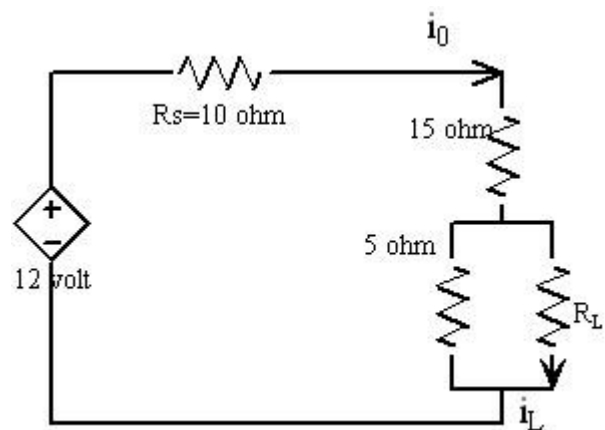
3. א. נחשב קודם את i_0 : $R_T = R_S + 15 + 5 \parallel R_L = 25 + \frac{5R_L}{5 + R_L} = \frac{125 + 30R_L}{5 + R_L}$

, נשתמש בחלוקת זרמים כדי למצוא את i_L , $i_0 = \frac{V_s}{R_T} = \frac{12(5 + R_L)}{125 + 30R_L}$

ולכן ההספק דרך העומס הוא: $P_L = i_L^2 R_L = \frac{3600R_L}{(125 + 30R_L)^2}$ $i_L = i_0 \frac{5}{5 + R_L} = \frac{60}{125 + 30R_L}$

נגזור את העומס לפי R_L ונשווה לאפס ונקבל: $\frac{3600(125 - 30R_L)}{(125 + 30R_L)^3} = 0 \Rightarrow R_L = 4.166 \Omega$

כדי למצוא את ההספק נציב בחזרה את R_L שחישבנו: $P_L = \frac{3600 \cdot 4.166}{(125 + 30 \cdot 4.166)^2} = 0.24W$



4.

א.

$$\begin{aligned} -v_4 + v_2 - v_1 &= 0 \Rightarrow v_4 = -3V \text{ I)} \\ -v_3 + v_5 + v_4 &= 0 \Rightarrow v_3 = -6V \text{ II)} \\ -v_7 - v_6 - v_5 &= 0 \Rightarrow v_6 = 13V \text{ III)} \\ -v_8 - v_9 + v_7 &= 0 \Rightarrow v_9 = -11V \text{ IV)} \end{aligned}$$

ב.

$$\begin{aligned} i_2 &= -i_1 = -2A \text{ E)} \\ i_8 &= i_9 \text{ F)} \end{aligned}$$

המשוואה התלויה, שנוותר עליה:

$$\begin{aligned} i_5 - i_2 - i_4 - i_6 &= 0 \text{ A)} \\ i_6 - i_7 - i_9 &= 0 \Rightarrow i_9 = 9A = i_8 \text{ B)} \\ i_8 + i_7 - i_5 - i_3 &= 0 \Rightarrow i_5 = 13A \text{ C)} \\ i_3 + i_4 - i_1 &= 0 \Rightarrow i_4 = 9A \text{ D)} \end{aligned}$$

ג. הערה: חלק מהזרמים והמתחים נתונים מראש, ולכן לא כדאי להפוך את כיוונם (כדי להפכם

משליליים לחיוביים). למשל, ייתכן, שחלק מהאלמנטים הם מקורות, וההספק הנצרך על-ידיהם שלילי.

$$\begin{aligned} P &= V * I \\ P_1 &= 16W \\ P_2 &= -10W \\ P_3 &= 42W \\ P_4 &= -27W \\ P_5 &= -39W \\ P_6 &= 78W \\ P_7 &= 30W \\ P_8 &= 9W \\ P_9 &= -99W \end{aligned}$$

מסקנה: אלמנטים 1, 3, 6, 7 ו-8 צורכים הספק, ואלמנטים 2, 4, 5 ו-9 מספקים הספק.

ד.

$$\sum_i P_i = 0$$

כמתחייב מחוק שימור האנרגיה, כלומר האנרגיה הנצרכת שווה לאנרגיה המסופקת

