

פתרון לבוחן בקורס תהליכי זרימה ומעבר חום 2002/3

שאלה 1

הגדרת המערכת: המים בתוך הסיר

(א)

במצב ההתחלתי הסיר מכיל אד וגם נוזל, ולכן החומר נמצא במצב דו-פאזי.

$T_1 = 25^\circ\text{C}$: מהטבלאות אפשר למצוא את הנפחים הסגוליים:

$$v_{g1} = 43.4 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{f1} = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_{g1} = V_{g1}/v_{g1} = 0.002 \text{ m}^3/v_{g1} = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \quad \text{מסת האד:}$$

$$m_{f1} = V_{f1}/v_{f1} = 0.002 \text{ m}^3/v_{f1} = 1.99 \text{ kg} \quad \text{מסת הנוזל:}$$

$$m = m_{f1} + m_{g1} = 1.99 \text{ kg} \quad \text{מסה כללית:}$$

(ב)

במצב השני לפני פתיחת השסתום המסה והנפח הכלליים לא השתנו. הנפח הסגולי לכן לא השתנה:

$$v_2 = V/m = 0.004 \text{ m}^3/1.99 \text{ kg} = 0.0020 \text{ m}^3/\text{kg}$$

בדיקה בטבלאות עבור לחץ 200 kPa מראה כי נפח סגולי זה מתאים למצב דו-פאזי ($v_f \leq v_2 \leq v_g$).

כדי למצוא את כמות החום נבדוק את מאזן האנרגיה. אין שינויים באנרגיה קינטית ופוטנציאלית.

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 \quad \text{נפח המערכת לא השתנה ולכן לא בוצעה עבודה:}$$

$$U_1 = m_{g1}u_{g1} + m_{f1}u_{f1} = 209 \text{ kJ} \quad \text{האנרגיה הפנימית במצב 1:}$$

לחישוב האנרגיה הפנימית במצב 2 נדרש לדעת את האיכות.

$$v_2 = x_2 v_{g2} + (1 - x_2) v_{f2} \quad \text{נמצא לפי הנפח הסגולי} \quad \text{האיכות במצב 2:}$$

$$x_2 = 0.00107 \quad \text{נחלץ את } x:$$

$$U_2 = m u_2 = m x_2 u_{g2} + m(1 - x_2) u_{f2} = 1011 \text{ kJ} \quad \text{האנרגיה במצב 2:}$$

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 = 802 \text{ kJ} \quad \text{החום הנוסף למערכת:}$$

(ג)

במצב 3 נתונה האיכות, לכן ידוע כי המים נמצאים במצב דו-פאזי. מהטבלאות עבור לחץ 150 kPa נמצא את

הנפחים הסגוליים ובעזרתם את המסה הסופית.

$$v_3 = v_{f3} + x_3 \cdot v_{fg3} = 0.001053 + 0.01 \cdot 1.158 = 0.0126 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_3 = \frac{V}{v_3} = \frac{0.004 \text{ m}^3}{0.0126 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.31 \text{ kg} \quad \text{כמות המסה בסוף התהליך:}$$

$$m_{out} = m_2 - m_3 = 1.69 \text{ kg} \quad \text{כמות המים שיצאו מהסיר:}$$

שאלה 2

(א)

הגדרת המערכת לצורך סעיף זה: נפח הגז בתוך המדחס. הסביבה הרלבנטית היא המדחס. המערכת במצב יציב ובזרימה יציבה (מערכת פתוחה). לכן יש להשתמש במאזן האנרגיה בנוסח הכולל את האנתלפיה. מעבר החום בין גוף המדחס לגז זניח (זה אינו סותר את סעיף ב' שבו מדובר על מעבר חום בין גוף המדחס לסביבה החיצונית). מניחים שאין שינוי משמעותי באנרגיה הקינטית והפוטנציאלית בין זרם הגז הנכנס והיוצא.

העבודה שמבצעת המערכת על הסביבה:

$$\dot{W} = \dot{H}_{in} - \dot{H}_{out} = \dot{m}(h_{in} - h_{out}) = \dot{m}c_p \Delta T = -11.96 \text{ kW}$$

העבודה שנעשית לדחיסת הגז (הסביבה מבצעת על המערכת) היא לכן 11.96 kW.

(ב)

מעבר החום בהולכה דרך דפנות המדחס (בהזנחת מעבר החום בקצוות): יש להשתמש בנוסחה להולכה דרך גליל. הספק החום שנכנס למדחס הוא:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{2\pi kL(T_o - T_i)}{\ln(r_o/r_i)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 0.2 \cdot (-50)}{\ln(0.12/0.1)} = -3.45 \text{ kW}$$

ניתן גם להוסיף את מעבר החום דרך הקצוות, אם מניחים שעובי הדופן והטמפרטורות במשטח הקצה שווים לאלו שבדופן הגלילית.

(ג)

נגדיר את המערכת לצורך סעיף זה כמדחס יחד עם הגז שבתוך המדחס. מאזן האנרגיה על המערכת:

$$\dot{W} = \dot{H}_{in} - \dot{H}_{out} + \dot{Q} = -11.96 \text{ kW} - 3.45 \text{ kW} = -15.4 \text{ kW}$$

ההספק הכולל שצורך המדחס הוא לאור זאת ההספק לדחיסת הגז ועוד ההספק אשר הולך לאיבוד במעבר חום. ההספק המועיל הינו ההספק לדחיסת הגז. לכן היעילות (הספק מועיל מחולק בהספק כולל) הינה:

$$\eta = \frac{\dot{W}_{gas}}{\dot{W}_{total}} = \frac{11.96}{11.96 + 3.45} = 0.77$$

שאלה 3

(א)

הגדרת המערכת היא אדי המים בתוך המיכל. התהליך מוגדר בין המצב ההתחלתי לבין מצב של לחץ 200 kPa, לפני בקיעת דפנות המיכל. התהליך מתבצע בנפח קבוע ולכן אין עבודה במתבצעת על גבולות המערכת. לעומת זאת, אנרגיה חשמלית נבלעת בנפח המערכת, ולפי המקובל אנרגיה חשמלית נחשבת כעבודה. אין מעבר חום דרך גבולות המערכת ואין שינויים באנרגיה קינטית ופוטנציאלית. מאזן האנרגיה הוא לכן:

$$Q = U_2 - U_1$$

כדי למצוא את השינוי באנרגיה הפנימית, נתייחס לאד בתור גז אידיאלי. המסה והנפח נשמרים בתהליך, ולכן נמצא את הטמפרטורה במצב 2 לפי יחס הלחצים:

$$\frac{P}{T} = \frac{mR}{V} = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{0.1}{373} = \frac{2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 7460 \text{ K}$$

את המסה מוצאים גם כן ממשוואת הגז האידיאלי. (אפשר גם מהצפיפות הנתונה, מקבלים אותה תוצאה)

$$m = \frac{P_1 V}{RT_1} = \frac{10 \text{ kPa} \cdot 0.002 \text{ m}^3}{0.4615 \text{ (kJ/kg} \cdot \text{K)} \cdot 373 \text{ K}} = 0.000116 \text{ kg}$$

עכשיו צריך למצוא את כמות החום הדרושה כדי להגיע מהמצב ההתחלתי למצב הסופי.

$$Q = m \Delta u = mc_v \Delta T = 0.000116 \text{ kg} \cdot 1.2 \text{ (kJ/kg} \cdot \text{K)} \cdot 7087 \text{ K} = 0.986 \text{ kJ}$$

נתון כי המיקרוגל מספק 300W שהם 300 J לשנייה, ולכן:

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{986 \text{ J}}{300 \text{ J/s}} = 3.28 \text{ seconds}$$

(ב)

יש מספר דרכים לבדוק אם הנחת הגז האידיאלי סבירה.

קודם כל, הבדיקה היא משמעותית במצב ההתחלתי. לאחר חימום של האד ע"י המיקרוגל סביר להניח כי האד יתרחק מה"פעמון" של הרוויה, כך שאם ההנחה נכונה בהתחלה, היא תהיה נכונה גם בהמשך. אפשר להשוות את הנתונים של גז אידיאלי לנתונים בטבלת אד שחון ולראות האם הערכים קרובים. מטבלת אד שחון עבור 10Kpa ו-100°C מקבלים את הנתון הבא:

$$v = 17.19 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m = V/v = 0.000116 \text{ kg}$$

בקירוב טוב זוהי אותה המסה שקיבלנו בהנחת גז אידיאלי. (בדיקה זו זהה לבדיקה לפי "מקדם הדחיסות" (Z). בדיקה נוספת: האם שינוי במצב המערכת, למשל עלייה בטמפרטורה, מתנהג לפי משוואת הגז האידיאלי? נניח שהטמפרטורה עולה מ-100°C ל-200°C בלחץ קבוע של 10 kPa. כיצד ישתנה הנפח הסגולי?

$$v_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1} = 17.20 \cdot \frac{473 \text{ K}}{373 \text{ K}} = 21.81 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad \text{לפי משוואת הגז האידיאלי}$$

מטבלת אד שחון נקבל ערך של 21.83 שהוא קרוב מאד. לכן ניתן לקבל את הנחת הגז האידיאלי. לתשומת לב: השוואה של ערך האנרגיה u מהטבלה לחישוב $C_v T$ אינו נכון! הקשר מתקיים לגבי הפרשים ולא בהכרח לגבי הערך עצמו.

(ג)

אם דפנות המיכל גמישות ומתפשטות כאשר מופעל עליהן לחץ, אז נדרשת השקעה של אנרגיה על מנת לבצע עבודה על הדפנות (תנועה של גבול המערכת כנגד כוח). עבודה זו באה על חשבון תוספת האנרגיה הפנימית, כפי

$$Q = U_2 - U_1 + W \quad \text{שניתן לראות ממאזן האנרגיה לפי החוק הראשון:}$$

ההספק שניתן למערכת על ידי המיקרוגל קבוע, ולכן קצב העלייה באנרגיה הפנימית של האד יהיה איטי יותר. קצב עליית הטמפרטורה והלחץ יהיה איטי יותר, כלומר התהליך ימשך זמן ארוך יותר לפני שנגיע ללחץ שבו יבקעו דפנות המיכל.

לתשומת לב: כאשר דופן המיכל גמישה, אין זה אומר שהדופן יכולה לשאת לחץ גבוה יותר. הלחץ המכסימלי לבקיעה זהה בשני המקרים.